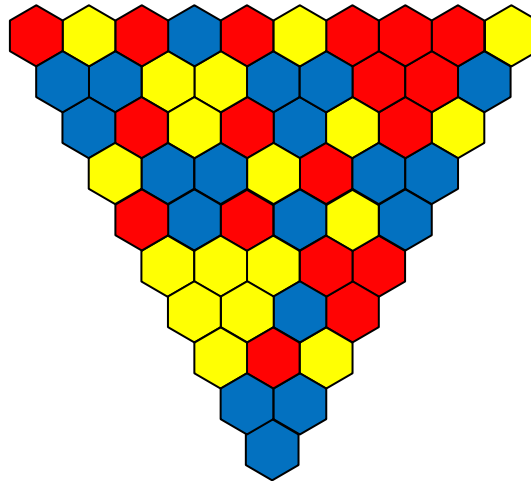


Quiz: Triangle three colors by Y. Nishiyama

14th Sep 2012



図のような逆三角形があります. 最上行の 10 個は 3 つの色 (赤, 黄, 青) でランダムに塗られています. 2 行目からはつぎの規則で色を塗っていきます.

- 上の行の隣り合せる 2 つの色が同じであるなら, それと同じ色にします.
 - 2 つの色が異なるなら, どちらとも違う第 3 の色にします.
- (1) このようにして色を下へ下へと塗っていったとき, 最下行 (三角形の頂点) の色が何色になるかは, 最上行の左右両端の色で予測できるというのです. 図では最上行の左端は赤で右端は黄ですから規則を適用すると青と予測され, 実際に最下行は青になっています. 最上行の塗り方は全部で $3^{10} = 59049$ 通りありますが, 途中の色の生成パターンと関係なく, このような予測方法が成り立つことを証明してください.
 - (2) このような予測が可能なのは最上行の個数が $n = 10$ 以外にもあるか調べ, あるなら n の一般式を求めてください.