大阪経済大学

一般選抜入試対策講座

数　学

夕陽丘予備校

数学講師

山澤　宏樹

専修学校　夕陽丘予備校

ようこそ大阪経済大学を志す諸君!!

来年 1，2 月の一般入試に万全の準備で臨み歓喜の春をつかみたい諸君に，大阪経済大学入学試験突破のための確かな**道しるべ**を 45 分で余すことなくお伝えします。

道しるべ 1 ······ 大阪経済大学の出題傾向は??

道しるべ 2 ······ 大阪経済大学の難易度は??

道しるべ 3 ······ どういう勉強をすれば合格するのか??

これら 3 つの道しるべを，2021〜2023 年度の一般入試の問題を題材にご説明いたします。

参考 : 過去 3 年間の一般入試 (前期　A 方式) の出題分野一覧

	第 1 問	第 2 問	第 3 問
2023 年 1/25	小問集合 5 問 (I)	小問集合 3 問 (A・II)	小問集合 4 問 (II)
2023 年 1/26	小問集合 4 問 (I)	小問集合 3 問 (A)	小問集合 4 問 (II)
2023 年 1/27	小問集合 5 問 (I・II)	小問集合 3 問 (A)	小問集合 4 問 (II)
2022 年 1/26	小問集合 4 問 (I・A)	小問集合 5 問 (II)	データの分析, 確率, 積分法 (I・A・II)
2022 年 1/27	小問集合 4 問 (I・A)	小問集合 5 問 (II)	データの分析, 確率 (I・A)
2022 年 1/28	小問集合 4 問 (I・A)	小問集合 4 問 (II)	確率 (A)
2021 年 1/27	小問集合 4 問 (I)	小問集合 6 問 (II)	小問集合 3 問 (A)
2021 年 1/28	小問集合 4 問 (I)	小問集合 6 問 (II)	小問集合 3 問 (A)
2021 年 1/29	小問集合 4 問 (I)	小問集合 6 問 (II)	小問集合 3 問 (A)

道しるべ 1 …… 大阪経済大学の出題傾向は??

大阪経済大学の一般入試 (前期 A 方式) は, 数学 I・A・II の分野から出題される。2021 年から 2023 年までは，**すべて小問集合** である。およそ全分野からそれぞれ 1 題ずつの出題である。また，2022 年だけは，3 問中 1 問に，少し誘導がつく問題であった。

第 1 問の小問集合では，I・A・II のあらゆる分野の基本問題が出題される。

第 3 問が誘導形式であれば，

データの分析, 確率, 数学 II の問題

の出題がここ 2 年は目立つ。ここでは，IA 分野の小問集合の中で

不等式の問題と図形問題

の出題を見てみよう。

不等式と図形の問題

$\boxed{1}$ 2022.1.26 一般入試 (A 方式) **第 1 問** (1)

不等式 $x^2-7x+10 \leqq 0$ を満たすすべての実数 x が不等式 $x^2+ax+6 \leqq 0$ を満たすとき，定数 a の値の範囲は $a \leqq -\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である.

$\boxed{2}$ 2021.2.5 一般入試 (B 方式) **第 1 問** (2)

2 次不等式 $x^2-(a-1)x-a<0$ を満たす整数 x がただ 1 つだけとなる定数 a の値の範囲は $-\boxed{\text{エ}} \leqq a < -\boxed{\text{オ}}$, $\boxed{\text{カ}} < a \leqq \boxed{\text{キ}}$ である.

$\boxed{3}$ 2022.1.28 一般入試 (A 方式) **第 1 問** (3)

△ABC において，辺 AB 上に AP : PB = 3 : 2 になる点 P，辺 AC の C を越える延長上に AC : CQ = 3 : 2 となる点 Q をとる．直線 PQ と辺 BC の交点を R とする．△ABC の面積が 1 であるとき，△BPR の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である.

$\boxed{4}$ 2023.1.27 一般入試 (A 方式) **第 2 問** (2)

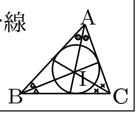
AB = 5, BC = 13, AC = 12 である △ABC の内心を I とし，直線 AI と辺 BC の交点を P とすると，△ABP の面積は $\dfrac{\boxed{\text{コサシ}}}{\boxed{\text{スセ}}}$, △BPI の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ である.

(まとめ)

☆三角形の内心 I

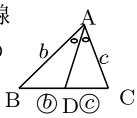
(定義) 3 本の角の二等分線の交点

(性質) I は内接円の中心



☆ 内角の 2 等分線

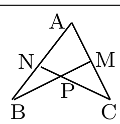
AD が∠BAC の二等分線のとき



$$\mathbf{AB : AC = BD : CD}$$

☆ メネラウスの定理

右の図において，次式が成立する。



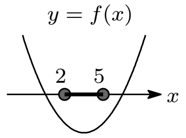
$$\frac{\mathbf{AN}}{\mathbf{NB}}\cdot\frac{\mathbf{BP}}{\mathbf{PM}}\cdot\frac{\mathbf{MC}}{\mathbf{CA}}=\mathbf{1}$$
$$\frac{\mathbf{AM}}{\mathbf{MC}}\cdot\frac{\mathbf{CP}}{\mathbf{PN}}\cdot\frac{\mathbf{NB}}{\mathbf{BA}}=\mathbf{1}$$

解答

1 $x^2-7x+10 \leqq 0 \iff (x-5)(x-2) \leqq 0$

$\therefore\ 2 \leqq x \leqq 5 \ \cdots ①$

$f(x)=x^2+ax+6$ とおく。
① をみたすすべての x で
$f(x) \leqq 0$ が成り立つとき，
$y=f(x)$ のグラフは右図の
ようになる。よって，



$$f(2)=2a+10 \leqq 0 \quad \therefore\ a \leqq -5 \ \cdots ②$$
$$f(5)=5a+31 \leqq 0 \quad \therefore\ a \leqq -\frac{31}{5} \ \cdots ③$$

② かつ ③ より，$\boldsymbol{a \leqq -\frac{31}{5}}$ ……(アイウ)

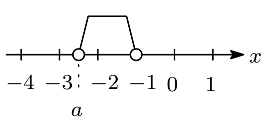
2 $x^2-(a-1)x-a<0 \iff (x+1)(x-a)<0$

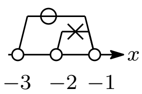
よって，

・$a<-1$ のとき　$a<x<-1$
・$a>-1$ のとき　$-1<x<a$
・$a=-1$ のとき　解なし

である。これを満たす整数解が 1 個になるとき

(i) $a<-1$ のとき

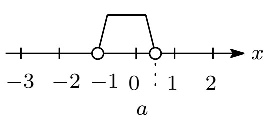


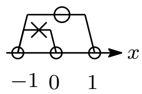


上の数直線のようになればよいので，

$$\boldsymbol{-3 \leqq a < -2} \ \cdots\cdots(\text{エオ})$$

(ii) $a>-1$ のとき





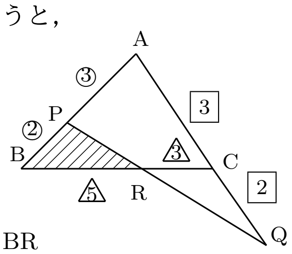
上の数直線のようになればよいので，

$$\boldsymbol{0 < a \leqq 1} \ \cdots\cdots(\text{カキ})$$

3

△ABC と直線 PQ に
メネラウスの定理を使うと，

$$\frac{3}{2}\cdot\frac{\text{BR}}{\text{RC}}\cdot\frac{2}{5}=1$$
$$\therefore\ \frac{\text{BR}}{\text{RC}}=\frac{5}{3}$$



よって，

$$\frac{\triangle\text{BPR}}{\triangle\text{ABC}}=\frac{\text{BP}}{\text{BA}}\cdot\frac{\text{BR}}{\text{BC}}$$
$$\frac{\triangle\text{BPR}}{1}=\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{8}$$
$$\therefore\ \boldsymbol{\triangle\text{BPR}=\frac{1}{4}} \ \cdots\cdots(\text{クケ})$$

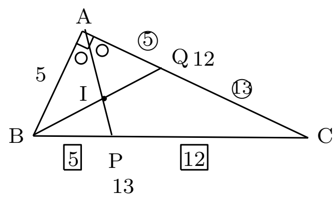
4 $\angle\text{BAC}=90^\circ$である。

よって，

$$\triangle\text{ABC}=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 12=30$$

である。

また，内心は角の
二等分線の交点で
あるから，



$$\text{BP}:\text{CP}=5:12$$

より，

$$\triangle\text{ABP}=\frac{5}{17}\triangle\text{ABC}=\boldsymbol{\frac{150}{17}} \ \cdots\cdots(\text{コ〜セ})$$

また，BI と AC の交点を Q とすると，

$$\text{AQ}:\text{CQ}=5:13$$

なので，△APC と直線 BQ にメネラウスの定理を使うと

$$\frac{13}{5}\cdot\frac{\text{AI}}{\text{IP}}\cdot\frac{5}{17}=1$$
$$\therefore\ \frac{\text{AI}}{\text{IP}}=\frac{17}{13}$$

したがって，

$$\triangle\text{BPI}=\frac{13}{30}\triangle\text{ABP}$$
$$=\frac{13}{30}\cdot\frac{150}{17}=\boldsymbol{\frac{65}{17}} \ \cdots\cdots(\text{ソ〜ツ})$$

道しるべ 2 …… 大阪経済大学の難易度は??

大阪経済大学の入学試験は，有能な学生を選出するために出題の工夫をしている。

一般入試 (A 方式) の分量・時間 …… 解答時間は 2 教科で 100 分である。数学 3 題で 50 分程度の解答時間は，決して十分な長さではなく，手際よくすべての問題に手をつけられるようにしたい。

マーク式・誘導は?? …… マーク式は，計算が正しいかどうかの確認がしやすく，受験生にとってはありがたい。近年は，小問集合が主流なので，マーク式による誘導はあまり期待できない。1 問を誘導に頼らず解ききる力を身につけたい。

一般入試 (A 方式) の難易度 …… 基本的な問題が多いが，時間の割に問題数が多いので，解けそうな問題は急いで解答したい。

B 方式は?? …… A 方式と B 方式は，出題方法が変わり，60 分 4 題と A 方式より 1 題あたりの解答時間は少ない。第 1 問〜第 3 問は，A 方式と同じ出題形式で，第 4 問がすべて誘導形式の数学 II (特に, 微分法，積分法) の問題である。

ここでは，小問集合の数学 II の分野から

虚数計算，三角関数

の分野からの出題を見てみよう。

虚数計算，三角関数

$\boxed{1}$ 2021.1.27 一般入試 (A 方式) 第 **2** 問 (2)

i を虚数単位とする．2 乗すると $12+16i$ となる複素数のうち，実部と虚部がともに自然数であるのは $\boxed{\text{ア}}+\boxed{\text{イ}}\,i$ である．

$\boxed{2}$ 2022.1.28 一般入試 (A 方式) 第 **2** 問 (2)

i を虚数単位とする．$\left(\dfrac{\sqrt{5}+i}{\sqrt{3}-i}\right)^3=\dfrac{-\boxed{\text{ウ}}+\sqrt{\boxed{\text{エ}}}\,i}{\boxed{\text{オ}}}$．

$\boxed{3}$ 2022.1.27 一般入試 (A 方式) 第 **2** 問 (1)

$y=\cos\left(\dfrac{\theta}{2}-\dfrac{\pi}{3}\right)$ のグラフは，$y=\cos\dfrac{\theta}{2}$ のグラフを θ 軸方向に $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\pi$ だけ平行移動したものであり，周期は $\boxed{\text{ク}}\,\pi$ である．

$\boxed{4}$ 2023.1.26 一般入試 (A 方式) 第 **3** 問 (1)

$y=\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)$ のグラフは，$y=\sin\dfrac{3}{2}\theta$ のグラフを，y 軸をもとにして θ 軸方向へ $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ 倍し，θ 軸方向に $\dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}\pi$ だけ平行移動したものである．ただし，$0\leqq\dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}\pi<2\pi$ とする．

解答

1

求める複素数を $x+yi$ ($x,\ y$ は自然数) とおく。

$$(x+yi)^2 = 12+16i$$
$$(x^2-y^2)+2xyi = 12+16i$$

$x,\ y$ はともに実数なので，

$$\begin{cases} x^2-y^2=12 \ \cdots ① \\ 2xy=16 \ \Leftrightarrow \ xy=8 \ \cdots ② \end{cases}$$

② を満たす自然数 $(x,\ y)$ の組とそのときの x^2-y^2 の値の組は

$$(x,\ y : x^2-y^2) = (1,\ 8 : -63),\ (2,\ 4 : -12),\ (4,\ 2 : 12),\ (8,\ 1 : 63)$$

よって，①, ② を両方満たすのは $(x,\ y)=(4,\ 2)$ で，求める複素数は $\boldsymbol{4+2i}$ ……(アイ)

2

$$\left(\frac{\sqrt{5}+i}{\sqrt{3}-i}\right)^3 = \frac{5\sqrt{5}+3\cdot 5i+3\cdot\sqrt{5}i^2+i^3}{3\sqrt{3}-3\cdot 3i+3\cdot\sqrt{3}i^2-i^3}$$
$$= \frac{(5\sqrt{5}-3\sqrt{5})+(15-1)i}{(3\sqrt{3}-3\sqrt{3})+(-9+1)i}$$
$$= \frac{2\sqrt{5}+14i}{-8i}\cdot\frac{i}{i}$$
$$= \boldsymbol{\frac{-7+\sqrt{5}i}{4}} \ \cdots\cdots(ウエオ)$$

3

$$y=\cos\left(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{3}\right)=\cos\frac{1}{2}\left(\theta-\frac{2}{3}\pi\right) \text{ より，}$$

$y=\cos\dfrac{\theta}{2}$ のグラフを θ 方向に $\boldsymbol{\dfrac{2}{3}\pi}$ ……(カキ) 平行移動している。また，$\cos\left(\dfrac{\theta}{2}-\dfrac{\pi}{3}\right)$ の周期は，

$$\frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = \boldsymbol{4\pi} \ \cdots\cdots(ク)$$

4 $y=\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)$ の正の最小の周期は 2π であり，$y=\sin\dfrac{3}{2}\theta$ の正の最小の周期は

$$\frac{2\pi}{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3}\pi$$

よって，$y=\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)$ は，$y=\sin\dfrac{3}{2}\theta$ を y 軸をもとにして

$$\frac{2\pi}{\frac{4}{3}\pi} = \boldsymbol{\frac{3}{2}} \text{ 倍} \ \cdots\cdots(ケコ)$$

だけ拡大したものである。

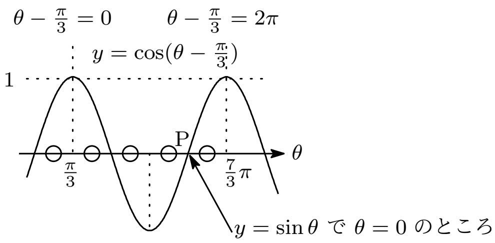
また，

$$y=\cos\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)$$
$$=\sin\left\{\frac{\pi}{2}-\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)\right\}$$
$$=\sin\left(\frac{5}{6}\pi-\theta\right)$$
$$=-\sin\left(\theta-\frac{5}{6}\pi\right)$$
$$=\sin\left\{\left(\theta-\frac{5}{6}\pi\right)-\pi\right\}$$
$$=\sin\left(\theta-\frac{11}{6}\pi\right)$$

よって，$y=\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)$ は，$y=\sin\theta$ を θ 軸方向に，$\boldsymbol{\dfrac{11}{6}\pi}$ ……(サシス) だけ平行移動している。

別解

$y=\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)$ のグラフは下図のようになる。



グラフの θ 軸にかいた○の部分の長さは

$$\frac{2\pi}{4}=\frac{1}{2}\pi$$

である。よって，$y=\sin\theta$ における原点に対応する $y=\cos\left(\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)$ 上の点 P の θ 座標は

$$\frac{\pi}{3}+3\cdot\frac{\pi}{2}=\boldsymbol{\frac{11}{6}\pi} \ \cdots\cdots(サシス)$$

これが，求める平行移動分である。

(まとめ)

☆ 三角関数の周期

$\left.\begin{array}{l} k\sin(ax+b) \\ k\cos(ax+b) \end{array}\right\}$ の最小の周期 ： $\boldsymbol{\dfrac{2\pi}{|a|}}$

$k\tan(ax+b)$ の最小の周期 ： $\boldsymbol{\dfrac{\pi}{|a|}}$

☆ 平行移動の公式

$y=f(x)$ を $\begin{cases} x \text{ 軸方向} : p \\ y \text{ 軸方向} : q \end{cases}$ だけ平行移動した方程式は

$$\boldsymbol{y=f(x-p)+q}$$

道しるべ 3 …… どういう勉強をすれば合格するのか??

出題分野・難易度を踏まえると，2022 年の難易度の大阪経済大学入学試験突破には

教科書 (I・A・II) の例題レベル〜章末問題レベルを完璧にすること

というもっとも地道な勉強法 である。ここでは，近年頻出の

確率とデータの分析

の分野の問題を見てみよう。

データの分析と確率 2022.1.27 一般入試 (A 方式) 第 3 問

(1) 2 つの変量 x と y のデータが次に与えられている．

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

i) y の平均値は $\boxed{\text{ア}}$，y の分散は $\boxed{\text{イウ}}$ である．

ii) x と y の共分散は $\boxed{\text{エ}}$ である．

iii) 新たな変量 $z = 5y + 7$ とするとき，x と z の相関係数は $\boxed{\text{オ}}$ である．

(2) ある病原菌の検査 A, B がある．検査結果は陽性か陰性のいずれかとなる．

検査が病原菌に感染している個体 (感染者) を正しく陽性と判断する確率は検査 A が 70%，検査 B が 90% である．検査が感染者でない個体を正しく陰性と判断する確率 (これを特異度という) は検査 A が 99%，検査 B については分かっていないとする．今，集団の 1% が感染者である集団から 1 つの個体を取り出す．

i) 取り出した個体が感染者であるとき，検査 A と検査 B の両方を受けた場合，少なくともどちらかの検査で陰性となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{クケコ}}}$ である．

ii) 取り出した個体が検査 A で陽性であったとき，その個体が感染者である確率は $\dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセソ}}}$ である．

iii) 取り出した個体が検査 B で陽性であったとき，その個体が感染者である確率が 9% であるとすると，検査 B の特異度は $\dfrac{\boxed{\text{タチツ}}}{\boxed{\text{テトナ}}}$ であるといえる．

解答

(1) i) x, y の平均値を $\overline{x}$, $\overline{y}$ とすると,

$$\overline{x} = \frac{-3-2-1+0+1+2+3}{7} = 0$$

$$\overline{y} = \frac{0+2(1+4+9)}{7} = \mathbf{4} \quad \cdots\cdots(\text{ア})$$

これより，x, y の偏差の表は次のようになる。

$x-\overline{x}$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y-\overline{y}$	5	0	-3	-4	-3	0	5

よって，y の分散を ${s_y}^2$ とすると,

$$\begin{aligned}{s_y}^2 &= \frac{2\left\{5^2+0^2+(-3)^2\right\}+(-4)^2}{7}\\ &= \frac{84}{7} = \mathbf{12} \quad \cdots\cdots(\text{イウ})\end{aligned}$$

ii) x, y の共分散を s_{xy} とすると,

$$s_{xy} = \frac{-15+0+3+0-3+0+15}{7} = \mathbf{0}$$

$\cdots\cdots$(エ)

iii) x, y の標準偏差を s_x, s_y とすると，$s_y = 2\sqrt{3}$ であり，x, y の相関係数を r とすると,

$$r = \frac{s_{xy}}{s_x \cdot s_y} = 0$$

である。また，$z = 5y+7$ に対して，x, z の相関係数を r' とすると，下のまとめのように

$$r' = \frac{5}{|5|}r = \mathbf{0} \quad \cdots\cdots(\text{オ})$$

(まとめ)

☆変数変換と代表値の関係

2 組の n 個のデータ x_1, $\cdots$, x_n, y_1, $\cdots$, y_n について，$z_k = ay_k + b$ $(1 \leqq k \leqq n)$ とすると，y と z の各値の対応は以下のようになる。
(共分散・相関係数は x とのもの)

平均 : $\overline{z} = a\overline{y} + b$ 　　分散 : $s_z^2 = a^2 s_y^2$
標準偏差 : $s_z = |a|s_y$ 　　共分散 : $s_{xz} = as_{xy}$
相関係数 : $r_{xz} = \frac{a}{|a|}r_{xy}$ $(= r_{xy}$ or $-r_{xy})$

(2) 感染しているという事象を X，検査 A で陽性と判断する事象を A，検査 B で陽性と判断する事象を B とする。問題文から,

$$P(X) = \frac{1}{100} \quad \left(\text{同時に，} P(\overline{X}) = \frac{99}{100}\right)$$

$$P_X(A) = \frac{70}{100} \quad \left(\text{同時に，} P_X(\overline{A}) = \frac{30}{100}\right)$$

$$P_X(B) = \frac{90}{100} \quad \left(\text{同時に，} P_X(\overline{B}) = \frac{10}{100}\right)$$

$$P_{\overline{X}}(\overline{A}) = \frac{99}{100} \quad \left(\text{同時に，} P_{\overline{X}}(A) = \frac{1}{100}\right)$$

i) 余事象を考える。感染者が A, B 両方の検査で陽性となる確率は

$$\frac{70}{100} \cdot \frac{90}{100} = \frac{63}{100}$$

よって，$1 - \dfrac{63}{100} = \mathbf{\dfrac{37}{100}}$ $\cdots\cdots$(カ〜コ)

ii) X, A について，下の表が作れる。

	A	$\overline{A}$	合計
X	$\frac{1}{100} \cdot \frac{70}{100}$	$\frac{1}{100} \cdot \frac{30}{100}$	$\frac{1}{100}$
$\overline{X}$	$\frac{99}{100} \cdot \frac{1}{100}$	$\frac{99}{100} \cdot \frac{99}{100}$	$\frac{99}{100}$
合計			1

求めるのは，$P_A(X) = \dfrac{P(X \cap A)}{P(A)}$ である。

$$P(A) = \frac{1 \cdot 70 + 99 \cdot 1}{100^2} = \frac{169}{10000}$$

$$P(X \cap A) = \frac{1 \cdot 70}{100^2} = \frac{70}{10000} \quad \left(= \frac{7}{1000}\right)$$

よって,

$$P_A(X) = \frac{\frac{70}{10000}}{\frac{169}{10000}} = \mathbf{\frac{70}{169}} \quad \cdots\cdots(\text{サ〜ソ})$$

iii) 検査 B の特異度，つまり，$P_{\overline{X}}(\overline{B}) = r$ とおく。このとき，$P_{\overline{X}}(B) = 1 - r$ である。このとき，X, B について，次の表が得られる。

	B	$\overline{B}$	合計
X	$\frac{1}{100} \cdot \frac{90}{100}$	$\frac{1}{100} \cdot \frac{10}{100}$	$\frac{1}{100}$
$\overline{X}$	$\frac{99}{100} \cdot (1-r)$	$\frac{99}{100} \cdot r$	$\frac{99}{100}$
合計			1

ここで，$P_B(X) = \dfrac{9}{100}$ となる r の値を求める。

$$P(B) = \frac{1 \cdot 90}{100^2} + \frac{99}{100}(1-r) = \frac{9(111-110r)}{1000}$$

$$P(X \cap B) = \frac{1 \cdot 90}{100^2} = \frac{90}{100^2} = \frac{9}{1000}$$

であるから,

$$(P_B(X) =) \quad \frac{P(X \cap B)}{P(B)} = \frac{9}{100}$$

$$\frac{9/1000}{9(111-110r)/1000} = \frac{9}{100}$$

$$\frac{1}{111-110r} = \frac{9}{100}$$

$$100 = 9(111-110r)$$

$$990r = 899$$

$$\therefore \ \boldsymbol{r = \frac{899}{990}} \quad \cdots\cdots(\text{タ〜ナ})$$

付録 大阪経済大学一般入試の小問集合の 整数問題・指数対数 の問題

整数問題

$\boxed{1}$ 2023.1.27 一般入試 (A 方式) **第 2 問** (2)

7 進数による表示では，$3021_{(7)} + 2526_{(7)} = \boxed{\text{アイウ}}_{(2)}$ である．

$\boxed{2}$ 2021.1.29 一般入試 (A 方式) **第 3 問** (3)

循環小数 $0.\dot{1}2345678\dot{9}$ の小数第 2021 位の数字は $\boxed{\text{エ}}$ である．

$\boxed{3}$ 2023.1.26 一般入試 (A 方式) **第 2 問** (2)

n が自然数であるとき，整数 2^n を 7 で割った余りは全部で $\boxed{\text{オ}}$ 通りである．また，整数 3^n を 7 で割った余りは $\boxed{\text{カ}}$ 通りである．

$\boxed{4}$ 2022.2.6 一般入試 (B 方式) **第 1 問** (3)

自然数 n と 12 の最小公倍数が 252 であるとき，n は $\boxed{\text{キ}}$ 通りある。

$\boxed{1}$

$$3021_{(7)} = 3\times\ 7^3 + 0\times\ 7^2 + 2\times\ 7 + 1$$
$$= 1029 + 14 + 1 = 1044$$
$$2526_{(7)} = 2\times\ 7^3 + 5\times\ 7^2 + 2\times\ 7 + 6$$
$$= 686 + 245 + 14 + 6 = 951$$

よって，求める数を x とし，x を 10 進法で求めると

$$x = 1044 - 951 = 93$$

93 を 7 進法にするには，

$$93 \div\ 7 = 13...2$$
$$13 \div\ 7 = 1...6$$

より，$93 = \mathbf{162_{(7)}}$ $\cdots\cdots$(アイウ)

$\boxed{2}$

$0.\dot{1}2345678\dot{9} = 0.12345678912345678912\cdots$ の小数点以下の数は，周期 9 で循環する。特に，k を自然数として，小数第 $9k$ 位の数は 9 である。

$$2021 = 9\times\ 224 + 5$$

より，小数第 2016 $(= 9\times\ 224)$ 位の数字は 9 であり，小数第 2021 位の数字は **5** $\cdots\cdots$(エ)

$\boxed{3}$ 自然数 m を 7 で割った余りが r のとき，$m \equiv r \pmod 7$ と表す。

$$2^1 = 2,\ 2^2 = 4,\ 2^3 = 8 \equiv 1 \pmod{\ 7}$$

となり，以降，2^n を 7 で割った余りは，2, 4, 1 を循環する。よって，2^n を 7 で割った余りは

3 通り $\cdots\cdots$(オ)

$$3^1 = 3,\ 3^2 = 9 \equiv 2,\ 3^3 \equiv 2\cdot 3 = 6$$
$$3^4 \equiv 6\cdot 3 = 18 \equiv 4,\ 3^5 \equiv 3\cdot 4 = 12 \equiv 5$$
$$3^6 \equiv 3\cdot 5 = 15 \equiv 1 \pmod 7$$

となり，以降，3^n を 7 で割った余りは 3, 2, 6, 4, 5, 1 を循環する。よって，3^n を 7 で割った余りは

6 通り $\cdots\cdots$(カ)

$\boxed{4}$

$12 = 2^2\times\ 3^1,\ 252 = 2^2\times\ 3^2\times\ 7^1$ である。

$n = 2^a\times\ 3^b\times\ 7^c$ $(a,\ b,\ c$ は，0 以上の整数) とすると，

12 と n の最小公倍数が 252 のとき

$$max\{2,\ a\} = 2$$
$$max\{1,\ b\} = 2$$
$$max\{0,\ c\} = 1$$

(ただし，$max\{x,\ y\}$ は $x,\ y$ の小さくない方)

となるので，

$$a = 0,\ 1,\ 2,\quad b = 2,\quad c = 1$$

となり，

$$n = \begin{cases} 2^0\times\ 3^2\times\ 7^1 & (= 63) \\ 2^1\times\ 3^2\times\ 7^1 & (= 126) \\ 2^2\times\ 3^2\times\ 7^1 & (= 252) \end{cases}$$

と n は **3 通り** $\cdots\cdots$(ク)

指数・対数

$\boxed{1}$ 2023.1.25 一般入試 (A 方式) **第 3 問** (4)

方程式 $25^x + 2 \cdot 5^{x+1} - 75 = 0$ の解は，$x = \boxed{\text{ア}}$ である．

$\boxed{2}$ 2021.1.28 一般入試 (A 方式) **第 2 問** (5)

$\log_2 3$，$\log_4 9$，$\log_{16} 36$ の大小を比較せよ．(選択肢は省略します)

$\boxed{3}$ 2022.1.27 一般入試 (A 方式) **第 2 問** (2)

不等式 $\log_{\frac{1}{2}}\left(x - \frac{1}{2}\right) > 2$ を満たす x の範囲は $\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}} < x < \dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である．

$\boxed{4}$ 2022.2.6 一般入試 (B 方式) **第 2 問** (4)

不等式 $\log_{0.2}(4 - x) \geqq \log_{0.2}(7x + 3)$ の解は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \leqq x < \boxed{\text{ク}}$ である．

$\boxed{4}$ 2022.2.5 一般入試 (B 方式) **第 2 問** (4)

$25^{\log_5 4} = \boxed{\text{ケコ}}$.

$\boxed{1}$

$$(5^x)^2 + 10 \cdot 5^x - 75 = 0$$
$$(5^x - 5)(5^x + 15) = 0$$

$5^x > 0$ より，$5^x = 5 \quad \therefore\ \boldsymbol{x = 1}$ $\cdots\cdots$(ア)

$\boxed{2}$

$$\log_4 9 = \frac{\log_2 3^2}{\log_2 4} = \frac{2\log_2 3}{2} = \log_2 3$$
$$\log_{16} 36 = \frac{\log_2 6^2}{\log_2 16} = \frac{2\log_2 6}{4} = \frac{1}{2}\log_2 6 = \log_2 \sqrt{6}$$

$\sqrt{6} < 3$ より，

$$\log_2 \sqrt{6} < \log_2 3$$
$$\Leftrightarrow\ \boldsymbol{\log_{16} 36 < \log_2 3 = \log_4 9}$$

(原題は選択肢があり，⑨ が正解)

$\boxed{3}$

真数条件より，$x - \frac{1}{2} > 0 \quad \therefore\ x > \frac{1}{2}$ $\cdots\cdots$①

また，不等式は

$$\log_{\frac{1}{2}}\left(x - \frac{1}{2}\right) > \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

と変形でき，底は $\frac{1}{2}$ で 1 より小さいので，

$$x - \frac{1}{2} < \frac{1}{4} \quad \therefore\ x < \frac{3}{4} \ \cdots\cdots②$$

①，② より，$\boldsymbol{\frac{1}{2} < x < \frac{3}{4}}$ $\cdots\cdots$(イ〜オ)

$\boxed{4}$

真数条件より，

$$4 - x > 0,\ 7x + 3 > 0$$
$$\therefore\ -\frac{3}{7} < x < 4 \cdots ①$$

また，底は 0.2 で 1 より小さいので，

$$4 - x \leqq 7x + 3 \qquad \therefore\ x \geqq \frac{1}{8} \ \cdots\cdots②$$

①，② より，$\boldsymbol{\frac{1}{8} \leqq x < 4}$ $\cdots\cdots$(カキク)

$\boxed{5}$

$$25^{\log_5 4} = (5^2)^{2\log_5 2} = (5^{\log_5 2})^4$$
$$= 2^4 = \boldsymbol{16} \ \cdots\cdots(\text{ケコ})$$

☆指数部が対数

$$\boldsymbol{a^{\log_a b} = b}$$

($a^{\log_a b} = x$ とおいて
両辺に $\log_a$ をつけて
計算してもよい。)

付録 大阪経済大学一般入試の B 日程 第 4 問

2022.2.6 一般入試 (B 方式) 第 4 問

$f(x)=-\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{3}{2}x,\ g(y)=\dfrac{1}{2}y^2+\dfrac{3}{2}y$ とする．2 つの曲線 $y=f(x),\ x=g(y)$ について考える．以下の空欄を適宜埋めよ．

(1) 曲線 $y=f(x)$ と $x=g(y)$ の交点の $(x,\ y)$ 座標は x 座標の小さい順に

$$\left(-\boxed{\text{ア}},\ -\boxed{\text{イ}}\right),\ (0,\ 0),\ \left(\boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エ}}\right),\ \left(\boxed{\text{オ}},\ -\boxed{\text{カ}}\right)$$

である．

(2) 不等式 $\begin{cases} y \leqq f(x) \\ y \geqq -x \end{cases}$ の表す領域の面積と，不等式 $\begin{cases} x \geqq g(y) \\ x \leqq -y \end{cases}$ の表す領域の面積は等しく，

ともに $\dfrac{\boxed{\text{キクケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ である．

(3) 不等式 $\begin{cases} y \leqq f(x) \\ x \geqq g(y) \\ x \geqq 0 \\ y \leqq 0 \end{cases}$ の表す領域の面積は $\dfrac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である．

(1)
$$y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x \iff x^2-3x+2y=0 \ \cdots ①$$
$$x=\frac{1}{2}y^2+\frac{3}{2}y \iff y^2+3y-2x=0 \ \cdots ②$$

$① - ② : (x^2-y^2)-(x+y)=0$

$(x+y)(x-y-1)=0$

$\therefore\ y=-x$ または $y=x-1$

・$y=-x$ を ① に代入して，

$x^2-5x=0 \quad \therefore\ (x,\ y)=(0,\ 0),\ (5,\ -5)$

・$y=x-1$ を ① に代入して，

$x^2-x-2=0 \quad \therefore\ (x,\ y)=(-1,\ -2),\ (2,\ 1)$

よって，交点は x 座標が小さい順に

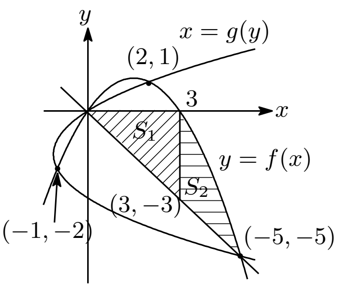
$\boldsymbol{(-1,-2),\ (0,\ 0),\ (2,\ 1),\ (5,-5)}$

$\cdots\cdots$(ア〜カ)

(2) $y=-\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{3}{2}x$ と $y=-x$ の交点は，(1) より，$(0,\ 0),\ (5,\ -5)$ である。求める面積 S は

$$S=\int_0^5\left\{\left(-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x\right)-(-x)\right\}\,dx$$
$$=\int_0^5-\frac{1}{2}x(x-5)\,dx$$
$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}(5-0)^3=\boldsymbol{\frac{125}{12}} \quad \cdots\cdots(\text{キ〜サ})$$

(3) $x \geqq 0,\ y \leqq 0$ の範囲にある $y=f(x),\ x=g(y)$ の共有点は，$(0,\ 0),\ (5,-5)$ である。また，$y=f(x)$ と x 軸との交点は $(0,\ 0),\ (3,\ 0)$ であり，下の図になる。



$y=f(x),\ x=g(y)$ は $y=-x$ に関して対称なので，求める面積は，$x=3$ で切断した上の図の S_1, S_2 に対して，$2(S_1+S_2)$ である。S_1 は直角三角形である。

$$S_1=\frac{1}{2}\cdot3\cdot3=\frac{9}{2}$$
$$S_2=\int_3^5\left(-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x\right)-(-x)\,dx$$
$$=\left[-\frac{x^3}{6}+\frac{5x^2}{4}\right]_3^5$$
$$=-\frac{125-27}{6}+\frac{5(25-9)}{4}$$
$$=\frac{11}{3}$$

よって，

$$2(S_1+S_2)=2\left(\frac{9}{2}+\frac{11}{3}\right)=\boldsymbol{\frac{49}{3}} \quad \cdots\cdots(\text{シスセ})$$

付録　大阪経済大学一般入試の第1問の頻出問題についてのまとめ

数と式・高次方程式

☆ 絶対値の外し方

$$|\,\text{中身}\,| = \begin{cases} \textbf{(中身)} & (\text{中身} \geqq 0 \text{ のとき}) \\ \boldsymbol{-}\textbf{(中身)} & (\text{中身} \leqq 0 \text{ のとき}) \end{cases}$$

☆ 絶対値つきの方程式・不等式

$a \geqq 0$ のとき

$|f(x)| = a \iff \boldsymbol{f(x) = \pm a}$

$|f(x)| < a \iff \boldsymbol{-a < f(x) < a}$

☆ 2変数の因数分解

1つの文字に注目して

$\boldsymbol{x^2 + (y\text{ の式})x + (y\text{ の式})}$

と，降べきの順に並べて，その後たすきがけを行い，因数分解する。

☆因数定理

整式 $f(x)$ に対して

$f(\alpha) = 0 \Leftrightarrow f(x) = \boldsymbol{(x-\alpha)}(\cdots)$

$f(\frac{b}{a}) = 0 \Leftrightarrow f(x) = \boldsymbol{(ax-b)}(\cdots)$

と因数分解される。

☆解と係数の関係

$ax^2 + bx + c = 0$ の解が $x = \alpha, \beta$ のとき

$$\begin{cases} \boldsymbol{\alpha + \beta = -\dfrac{b}{a}} \\ \boldsymbol{\alpha\beta = \dfrac{c}{a}} \end{cases}$$

☆ 二項展開

$$\boldsymbol{(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} {}_n\mathrm{C}_k x^{n-k} y^k}$$

$(= {}_n\mathrm{C}_0 x^n + {}_n\mathrm{C}_1 x^{n-1} y + \cdots + {}_n\mathrm{C}_k x^{n-k} y^k + \cdots + {}_n\mathrm{C}_n y^n)$

☆ x^2+y^2，x^3+y^3 を $x+y, xy$ で表す

$\boldsymbol{x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy}$

$\boldsymbol{x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)}$

☆ x^3+y^3，x^3-y^3 の因数分解

$\boldsymbol{x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)}$

$\boldsymbol{x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)}$

三角比・三角関数

☆加法定理

$\boldsymbol{\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta}$

$\boldsymbol{\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta}$

$$\boldsymbol{\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha\tan\beta}}$$

☆ 2倍角の公式

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta} \\ \boldsymbol{\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta} \end{cases}$$

$$\boldsymbol{= \begin{cases} 2\cos^2\theta - 1 \\ 1 - 2\sin^2\theta \end{cases}}$$

☆ 2倍角の逆算

$$\begin{cases} \boldsymbol{\cos^2\theta = \dfrac{1+\cos 2\theta}{2}} \\ \boldsymbol{\sin^2\theta = \dfrac{1-\cos 2\theta}{2}} \\ \boldsymbol{\sin\theta\cos\theta = \dfrac{\sin 2\theta}{2}} \end{cases}$$

☆ $\sin\theta \pm \cos\theta$ と $\sin\theta\cos\theta$ の関係

$(\sin\theta \pm \cos\theta)^2 = 1 \pm 2\sin\theta\cos\theta$

和・差　(2乗)　積

指数・対数

☆ 対数の定義

$\boldsymbol{y = a^x \Leftrightarrow x = \log_a y}$

$(a > 0,\ a \neq 1)$

☆底・真数の条件

$\log_x y$ について

・真数 y の条件：$\boldsymbol{y > 0}$

・底 x の条件：$\boldsymbol{x > 0,\ x \neq 1}$

☆対数の性質

・$\boldsymbol{\log_a a = 1, \log_a 1 = 0}$

・$\boldsymbol{\log_a xy = \log_a x + \log_a y}$

・$\boldsymbol{\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y}$

・$\boldsymbol{\log_a x^m = m\log_a x}$

・$\boldsymbol{\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}}$

$\left(\begin{array}{l} \log_a(x+y) \\ (\log_a x)(\log_a y) \end{array} \text{ は計算不能} \right)$

大阪経済大学合格を勝ち取るため最高の冬へ

大阪経済大学合格を勝ち取って迎える最高の春へ

道は開けています!!　自ら一歩を踏み出そう!!