〔研究ノート〕

ブラインダー・ワハカ分解について[1)]

小　川　雅　弘

目　　次

は　じ　め　に

ブラインダー・ワハカ（Blinder-Oaxaca）分解とは，Oaxaca［1973］および Blinder［1973］が開発した手法で，男女間や人種間の賃金格差などを差別要因とそれ以外の要因へと分解するものである。日本ではとくに男女の賃金格差の分解にしばしば用いられる。

日本でのサーベイ・紹介として次のような業績がある。

堀［1991］：男女差別の経済理論との関連で述べる。

中田［1997］：日本における適用のサーベイを含む。

杉橋［1998］：批判的紹介。説明変数自体に差別の結果を含む，と批判。

田中［2002］：中田［1997］の検討。ニューマークの紹介・適用。

森［2005］：男女差別の経済理論との関連付けながら，批判的紹介。杉橋による批判を評価している。

日本に対して実際に適用した業績として次のものがある。

中田［1997］：対数線型；$t=0$；賃金構造基本調査1993年100人以上・常用月間所定内給与

田中［2002］：対数線型；ニューマーク型；賃金構造基本調査1985・1994年

金子・杉橋［2003］：線型；$t=0$；就業構造基本調査1997年リサンプリングデータ

1）小稿は，経済統計学会関西支部2006年4月例会での報告を元にしている。例会で御教示・御議論いただいた諸氏に，感謝します。

表1　分解計測例（日本）

測定者（方法）	男女差別要因（男女賃金格差の割合）	資　　料
中田（t=0）	0.2825（0.649）	『賃金構造基本調査』1993年100人以上・常用月間所定内給与
田中（Neumark）	0.1014（0.495）	『賃金構造基本調査』1985年
田中（Neumark）	0.0831.（0.446）	同上1994年
金子･杉橋（t=0）	0.540（0.987）	『就業構造基本調査』1997年リサンプリングデータ
金子･杉橋･山下a（t=0）	1992年（上段：非正規雇用；下段：） 0.819（0.752） 0.546（0.546）	『就業構造基本調査』リサンプリングデータ；65歳未満・世帯主および配偶者，正規雇用
	1997年　　　2002年 0.739（0.779）　0.678（0.798） 0.497（0.560）　0.466（0.571）	同上

＊　賃金関数：金子・杉橋は線型，他は対数線型
＊＊　単位：Dmf=ln（$w_{男}/w_{女}$）
＊＊＊　金子・杉橋・山下aは，非正規労働者を含む推計・分解もしているが，ここでは正規労働者だけを示した。

金子・杉橋・山下［2005a］：対数線型；t＝0；就業構造基本調査1992・1997・2002年リサンプリングデータ；65歳未満・世帯主および配偶者

金子・杉橋・山下［2005b］：対数線型；t＝0；同上

金子・杉橋・山下［2006］：対数線型；ニューマーク型；同上

なお，これらの計測結果は表1を参照されたい。

このうち，田中［2002］はニューマークの方法で推計して，差別の無い賃金と男女それぞれの賃金の差，さらに賃金説明変数ごとの分解を試みている。そこから男女差のうち差別の無い賃金（ニューマーク型のプールされたデータによる推計値）を（説明変数＝人的資本を調整した）女性賃金が下回る額が，男性賃金が差別の無い賃金を上回る額よりも大きいという結論を得ている。金子・杉橋・山下［2006］もニューマークの方法で推計している。

この分解手法の持つ意味，たとえばインデックス問題については，その存在は述べられても（堀［1991］；杉橋［1998］；田中［2002］），かならずしも十分な紹介がされなかった。金子・杉橋・山下［2006］もニューマーク型で推計しているが，ニューマークの主張自体への言及は十分とは言い難い。そこで小稿は，ブラインダー・ワハカ分解のインデックス問題を概観してみたい。

1．ブラインダー・ワハカ分解

まずブラインダー・ワハカ分解の内容を概観する。

対数線型の賃金関数（線型でも同様）を想定する。

$$\ln w_m = \sum \beta_{mj} \cdot x_{mj}$$

$$\ln w_f = \sum \beta_{fj} \cdot x_{fj}$$

w_m：男賃金

w_f：女賃金

x：賃金規定要因；学歴，職歴，職階など

β：パラメタ

添字 m：男性；f：女性

アメリカでは人種，とりわけ白人とアフリカ系の賃金格差の分析にもしばしば用いられるが，形式的には男女の賃金格差と同じなので，小稿では男女格差として説明していく。

上の2つの式の差は次のように変形できる。

$$
\begin{aligned}
\ln w_m - \ln w_f &= \sum\beta_{mj}\cdot x_{mj} - \sum\beta_{fj}\cdot x_{fj} \\
&= \sum(\beta_{mj}\cdot x_{mj} - \beta_{fj}\cdot x_{fj} - \beta_{mj}\cdot x_{fj} + \beta_{mj}\cdot x_{fj}) \\
&= \sum[(\beta_{mj}\cdot x_{mj} - \beta_{mj}\cdot x_{fj}) + (\beta_{mj}\cdot x_{fj} - \beta_{fj}\cdot x_{fj})] \\
&= \sum\beta_{mj}(x_{mj} - x_{fj}) + \sum(\beta_{mj} - \beta_{fj})x_{fj} \qquad (1\text{-}1)
\end{aligned}
$$

第1項の $\sum\beta_{mj}(x_{mj}-x_{fj})$ を，男女間の属性（x_j）の差による格差と解釈し「要素量差による賃金格差」と呼び，第2項の $\sum(\beta_{mj}-\beta_{fj})x_{fj}$ を，男女に対する評価（β_j）の違いすなわち差別と解釈し「要素価格差による賃金格差」と呼ぶ。ここに，$\sum\beta_{mj}(x_{mj}-x_{fj})$ は「差別されていない女性賃金」であり，「男性の賃金構造で女性が支払われている」と解釈する。

以上がブラインダー・ワハカ分解，あるいはその男女賃金格差分析への応用である。

この分解に関する論文の発刊は Blinder［1973］が若干早いが，Blinder［1973］にワハカへの謝辞が述べられているところからみて，ワハカのオリジナル性が高いようである。

2．ベッカーの差別係数との関係

ブラインダー・ワハカ分解は，当初の Oaxaca［1983］から G. ベッカーの差別係数と関連付けられている。

ベッカーの差別係数は，次のように定義される（Becker［1971］）。まず現実の男女賃金差を G_{mf} と生産性の差 Q_{mf} は次のように書ける。

$$G_{mf} = w_m/w_f - 1 \qquad (2\text{-}1)$$

$$Q_{mf} = MP_m/MP - 1 \qquad (2\text{-}2)$$

MP：限界生産性

ここで，完全競争を想定すれば，被雇用者の限界生産性＝賃金だから，本来は，G_{mf} と Q_{mf} は等しいはずである。その点からの差別による相違の程度を示すのが，下記のベッカーの差別係数 D_{mf} である。

$$
\begin{aligned}
D_{mf} &= (w_m/w_f - MP_m/MP_f)/(MP_m/MP_f) \qquad (2\text{-}3) \\
&= (G_{mf} - Q_{mf})/(Q_{mf}+1)
\end{aligned}
$$

ベッカーは，雇用主は本来は利潤最大化を目的とし，性別や人種にかかわらず，賃金率＝限界生産物なる点で雇用および賃金率を決定するはずだという前提のもと，それでも性別や人種により賃金が相違するのは雇用主の選好による，と考える。すなわち，たとえば

雇用主の効用は男の雇用比率が高いことにより増大するから，男の雇用数および賃金率は高い，とする。ベッカーの差別係数は，本来あるべき利潤最大の点と差別の結果たる現実の賃金の差異を表示するものであり，彼の差別論に適した指標である。

ブラインダー・ワハカ分解は，このベッカーの差別係数と次のように関連する（Oaxaca［1973］)。

(2-1)-(2-2)の対数を取り，変形すると，

$$\ln(w_m/w_f)=\ln(D_{mf}+1)+\ln(MP_m/MP_f) \qquad (2\text{-}4)$$

ブラインダー。ワハカ分解は，前節で示したように次のとおりである。

$$\ln(\bar{w}_m)-\ln(\bar{w}_f)=\sum\beta_{mj}(x_{mj}-x_{fj})+\sum(\beta_{mj}-\beta_{fj})x_{fj} \qquad (2\text{-}5)$$

(2-4)式右辺第2項は男女の限界生産性比（の対数）であり，(2-5)式右辺第2項は男女の生産性の差の推計値であるから，等しい。すなわち，

$\ln(MP_m/MP_f)=\sum\beta_{mj}(x_{mj}-x_{fj})$

したがって残りの(2-4)式と(2-5)式の右辺第1項は残差たる差別に相当し，両者は等しい。

$\ln(D_{mf}+1)$ の推定値 $=\sum(\beta_{mj}-\beta_{fj})x_{fj}$

つまり，被雇用者の限界生産性＝賃金　という完全競争下における企業の利潤最大化を前提として，そこを基準としてどの程度はずれているか，という指標として，ブラインダー・ワハカ分解は発想されている。したがってたとえば，労働者の限界生産性＝賃金なる点を，労働市場の差別の無いノーマルな均衡点として想定しない社会科学上の立場であれば，分解の仕方も異なる可能性がありうる。なお，後述するニューマークによるインデックス問題の解決は，さらに明確にベッカーの差別論から展開されている。

3．人的資本論との関係

しばしば，ブラインダー・ワハカ分解は人的資本論と密接な関係があるように述べられ，また田中［2002］は人的資本論に基づいた推計である事を強調し，賃金の説明変数にキャリア・学歴等人的資本投資のみを使用している。また金子・杉橋・山下［2005b］は，人的資本要素以外も含む賃金関数と人的資本要素のみを説明変数とした賃金関数の2通りの推計・分解を試みている。

ベッカーの人的資本論は，労働者の生産性は教育・訓練投資の蓄積の結果である，という説である。労働者の生産性が前節で述べたように，(1-1)式左辺第2項：$\sum\beta_{mj}(x_{mj}-x_{fj})$は，男女の生産性の差を表しているが，この差の要因についての前提は持っていない。したがって，ブラインダー・ワハカ分解は必然的に人的資本論に基づくわけではなく，他の労働者の生産性に関する根拠付けでも可能である。

なお，前節で示したようにベッカーの差別係数と関連させるには対数線型が自然であり，さらに人的資本論に基づいた推計にはミンサー（Mincer）の対数線型が適することから，ブラインダー・ワハカ分解の賃金関数は対数線型（片対数型）が常用される。しかし分解手法の形式的・数式処理的には線型でもブラインダー・ワハカ分解は可能であり，実際に杉橋［1998］，金子・杉橋［2003］は，賃金関数を対数線型でなく線型で推計している。た

だし，ブラインダー・ワハカ分解は分解対象たる賃金関数の型に依存している点には，注意すべきである。

4．労働供給曲線についての仮定――バトラーによる批判

ブラインダー・ワハカ分解にかんしてはインデックス問題以外にもいくつかの批判がある。分解対象たる賃金関数の説明変数自体に男女差別が影響している――たとえば，労働時間は生産性に影響するが，労働時間は労働者が自由に決められるとは限らず，そこへ男女差別が起きることがある――という杉橋［1998］による批判もある。

ここでは，特に根本的と思われるバトラーによる批判を紹介する。ブラインダー・ワハカ分解では賃金関数を誘導型で推計し，それを分解して雇用主＝労働需要側の差別を分離するが，誘導型で推計された賃金関数の係数には労働需要側の要因も含まれるので，労働需要側の差別を分離できていない，という批判である。つまり，男女の労働需要曲線が同一（男女差別なし）の場合でも，労働供給の弾力性に男女差があれば，ブラインダー・ワハカ分解では見かけ上の差別が計測される，というのである。Buttler［1988］は次のように論じている。なお， Buttler［1982］は人種間の賃金差別で論じているが，小稿では男女差別に統一して示す。

女性労働への需要曲線は，次のとおりに表せる。

$$F=\beta_{f0}\cdot w_f+\beta_{f1}X_{fD}+\beta_{f2}$$

F：女性労働者数（の対数）

X_{fD}：女性労働需要の説明変数

女性の労働供給曲線は，次のとおりである。

$$w_f=\alpha_{f0}F+\alpha_{f1}X_{fs}+\alpha_{f2}$$

X_{fs}：女性賃金の説明変数

この２式から誘導型の賃金関数を求める。

$$w_f=\gamma_{f1}+\gamma_{f2}X_{fs}+\gamma_{f3}X_{fD} \qquad (4\text{-}1)$$

$$\gamma_{f1}=(\alpha_{f0}\beta_{f2}+\alpha_{f2})/(1-\alpha_{f0}\beta_{f0})$$

$$\gamma_{f2}=\alpha_{f1}/(1-\alpha_{f0}\beta_{f0})$$

$$\gamma_{f3}=\alpha_{f0}\beta_{f1}/(1-\alpha_{f0}\beta_{f0})$$

男についても，同様に誘導型の賃金関数が求められる。

$$w_m=\gamma_{m1}+\gamma_{m2}X_{mS}+\gamma_{m3}X_{mD} \qquad (4\text{-}2)$$

ところが，ブラインダー・ワハカ分解は，「差別は存在しない」とは誘導型賃金関数で

$$\gamma_{f1}=\gamma_{mi} \qquad \text{for all i}$$

ということだ，と考えている。しかし，これは労働需要について更なるいくつかの仮定を必要とする。本来，同等な労働需要条件とは，労働需要側の問題だから，

$$\beta_{f1}=\beta_{mi} \qquad \text{for i}=1,\ 2,\ 3 \qquad (4\text{-}3)$$

ということである。しかし誘導型で推計された賃金関数の係数 γ には，労働供給曲線の係数 α_{f0} と α_{m0} を含んでいる，したがって(4-3)式が満たされても労働需要に関して

$\gamma_{f1}=\gamma_{mi}$ for all i

が満たされるとは限らない。男女間の労働供給の弾力性 $1/\alpha_{f0}$ と $1/\alpha_{m0}$ の差が広がれば，見かけ上の差別も拡大する。このように，男女への労働需要曲線が同一でも，男女の労働供給の弾力性が相違すれば，賃金は相違し，見かけ上の差別が観測される可能性があり，逆に実際の差別が誘導型では観測されない事もありうる。

バトラーによるブラインダー・ワハカ分解に対するこのような指摘は適切だと，筆者は考える。賃金関数型について労働供給の要因を極力除いて労働需要曲線と識別できるような関数型選択をする努力が必要であり，また実際の分解結果について十分な留保が必要である。

5．インデックス問題

ブラインダー・ワハカ分解にインデックス問題（index problem）という問題が伴うことは，Oaxaca［1973］が当初から指摘している。インデックス問題とは次のような問題である。第1節の(1-1)式は，次のような展開も可能である。

$$\begin{aligned}
w_m-w_f&=\sum\beta_{mj}\cdot x_{mj}-\sum\beta_{fj}\cdot x_{fj}\\
&=\sum(\beta_{mj}\cdot x_{mj}-\beta_{fj}\cdot x_{fj}-\beta_{fj}\cdot x_{mj}+\beta_{fj}\cdot x_{mj})\\
&=\sum[(\beta_{fj}\cdot x_{mj}-\beta_{fj}\cdot x_{fj})+(\beta_{mj}\cdot x_{mj}-\beta_{fj}\cdot x_{mj})]\\
&=\sum\beta_{fj}(x_{mj}-x_{fj})+\sum(\beta_{mj}-\beta_{fj})x_{mj} \qquad (5\text{-}1)
\end{aligned}$$

この第1項と第2項も(1-1)式と同様に，「要素量差による賃金格差」と「要素価格差による賃金格差」と解釈できるが，２つの項の値は上記の分解(1-1)と相違する。つまり，ブラインダー・ワハカ分解による「要素量による所得格差」と「要素価格差による所得格差」への分解は一意ではない。これをブラインダー・ワハカ分解のインデックス問題という。

この問題は，Oaxaca［1973］が初めて指摘したわけだが，Oaxaca［1973］は，２通りの分解ともありえるとして，この２通りの指標とも計算して結果を出している。Oaxaca［1973］は，この“index problem”という語を，「周知の（familiar)」という形容とともに用いているので，物価指数など多くの指数においてラスパイレス指数やパーシェ指数など様々な型の指数があり，一般的にはそれぞれの型で値が異なるという，周知の問題――指数一般に付きものの問題の１つ――という意味で用いているようである。したがって，この問題を「インデックス問題」と呼ぶのは少々ミスリーディングかもしれないがが，すでに慣用化されているのでこれに従っておく。この問題がどのように扱われてきたか次節で見ていく。

6．ニューマークの解決とその前提

このブラインダー・ワハカ分解のインデックス問題は，さらに一般化できる。

Cotton［1988］は，パラメータ t を導入して，次のように整理している。

$$\begin{aligned}
\ln w_m-\ln w_f&=t(\ln w_m-\ln w_f)+(1-t)(\ln w_m-\ln w_f)\\
&=t[\sum\beta_{mj}(x_{mj}-x_{fj})+\sum(\beta_{mj}-\beta_{fj})x_{fj}]\\
&\quad+(1-t)[\sum\beta_{fj}(x_{fj}-x_{mj})+\sum(\beta_{fj}-\beta_{mj})x_{mj}]
\end{aligned}$$

$$=\sum[(1-t)\beta_{mj}+t\beta_{fj}](x_{mj}-x_{fj})]$$
$$+\sum[(1-t)x_{fj}+tx_{mj}](\beta_{mj}-\beta_{fj})] \quad (6\text{-}1)$$

ただし，$0\leqq t\leqq 1$

$t=0$ の場合に(1-1)式，$t=1$ の場合に(5-1)式になり，t の値によりその中間が連続的に存在する。アメリカにおける人種間賃金差別については，労働市場における白人比率が圧倒的に高いから $t=0$ が適当だとの説や，また中間点たる $t=0.5$ が適当との説もあるが，Cotton［1988］は，t として男性労働者構成比を用いることが適当だと主張した。ただし，その根拠は十分に展開されていない。

Neumark［1988］および Oaxaca & Ransom［1994］は，さらなる一般化をしている。(6-1)式は，$\beta_j^*=t\beta_{mj}$，と置くと，次のように変形できる。

$$\ln w_m-\ln w_f=\sum(\beta_{mj}-\beta_j^*)x_{mj}+\sum(\beta_j^*-\beta_{fj})x_{fj}+\sum(x_{mj}-x_{fj})\beta_j^* \quad (6\text{-}2)$$

ここに，ベクトル $\boldsymbol{\beta}^*$ は，中心点であり，「差別の無い状態」を示すと解釈できる。(6-2)式の右辺第１項は中心点と男性賃金の要素価格差（差別），右辺第２項は女性賃金と中心点との要素価格差（差別），右辺第３項は $\boldsymbol{\beta}^*$ で評価された要素差（生産性の差）を表す。

そこで，差別の無い状態をどのような点と定義するか，問題になる。ニューマークは，雇用主の効用（利潤と男女比に依存）を最大化する最適点を差別の無い賃金，という前提で差別の無い賃金を求める。Neumark［1988］は，附録「ニューマークの解決―プールしたデータによる回帰」のように，企業の完全競争およびベッカー的な差別論――雇用主による選好が差別の要因――を前提として（附録第１式），雇用主の効用最大化点を求めることにより $\boldsymbol{\beta}^*$ は各タイプの労働者内の男労働者構成比ベクトルになると示し，さらに $\boldsymbol{\beta}^*$ は男女を合計した回帰，すなわちプール＝データによる回帰によって得られた係数に等しいことを示した。

各論者がどのような $\boldsymbol{\beta}^*$ を用いるか，Oaxaca&Ransom［1994］は，次のように整理している。

０：Oaxaca［1973］および多くの利用者

１：Oaxaca［1973］

人数比率：Cotton［1988］，対角要素＝全体の男労働者比となる対角行列。

各タイプごとの男女比：Neumark［1988］，Oaxaca&Ransom［1994］，対角要素当該タイプの労働者内の男労働者比となる対角行列。

なお，スカラ t で考えれば $t=0$ が上限，$t=1$ が下限で，t に対して線型だが，ニューマークのようにプール＝データで推計した $\boldsymbol{\beta}^*$ で分解すると $t=0$ が上限，$t=1$ が下限にならない。実際に，Neumark［1988］および Oaxaca & Ransom［1994］（表２参照）でもプール＝データによる分解は β_m および β_f より小さく，田中［2002］および金子・杉橋・山下［2006］（表１参照）でも同様である。各タイプ（学歴・経験年数などの人的資本の）内の男女比が推計に影響するからである。(6-2)式で説明すると，コットン型でスカラ（または対角要素がすべての型の労働者で同一）なら，労働者のすべての型で

表2 Oaxaca, Ransom による分解計測例

	Dmf
女（$t=0$）	0.3194
男（$t=0$）	0.2575
加重平均（Cotton）	0.2873
プール（Neumark）	0.2195

資料：*Current Population Survey*, 1988
出所：Oaxaca, Ransom［1994］

$$\beta_{mj} \leqq \beta_j^* \leqq \beta_{fj}$$

となるが，ニューマーク型では労働者の型によっては

$$\beta_j^* < \beta_{mj} \leqq \beta_{fj}$$

あるいは

$$\beta_{mj} \leqq \beta_{fj} < \beta_j^*$$

となることがありうるからである。

結びに代えて

ブラインダー・ワハカ分解のような極めて機械的に見えるデータ処理方法も，経済理論的な前提を持つ。筆者は，このような手法は積極的に用いるほうが良いと考えているが，それでも利用者は前提に配慮しながら用いるべきであろう。すなわち，「差別の無い賃金」をどのようなものと規定するのか，明示する必要がある。賃金＝限界生産性なる点における均衡を前提とした手法を用いる際には，とりわけ新古典派的な立場を採らない場合には，なおさらその必要が強い。さらにブラインダー・ワハカ分解のインデックス問題のニューマークによる解決を採用するのなら，それがベッカー的な差別論や雇用主の効用最大化行動を前提として根拠付けられていることに十分注意すべきである。統計的差別論，二重市場論，混雑理論など他の差別理論を支持する場合には，インデックス問題についてそれらの差別論から何らかの解明が求められるだろう。他にも，ブラインダー・ワハカ分解とフェミニズムのコンパラブル＝ワース論やペイ＝エクィティ論との関係など，さらに検討すべき問題は，かなり残されている。

［文　献］

Becker, Gary S.［1971］, *The Economics of Discrimination* 2nd ed., Chicago: Univ. of Chicago Pr.
Blinder, Alan S.［1973］, Wage Discrimination: Reduced Form and Structural Estimates, *Journal of Human Resources*, vol. 8
Buttler, Rchard J.［1982］, Estimating Wage Discrimination in the Labor Market, *Journal of Human Resources*, vol. 17
Cotton, Jeremiah［1988］, On the Decomposition of Wage Differentials, *Review of Economics and*

Statistics, vol. 70
Neumark, David [1988], Employers' Discriminatory Behavior and the Estimation of Wage Discrimination, *Journal of Human Resources*, vol. 23-3
Oaxaca, Ronald L. [1973], Male-Female Wage Differentials in Urban Labor Markets, *International Economic Review*, vol. 14 No. 3
Oaxaca, Ronald L. and Michael R. Ransom [1994], On the discrimination and the decomposition of wage differntials, *Journal of Econometrics* 61
金子治平・杉橋やよい [2003]「就業構造基本調査による日本の男女賃金格差の要因分解」『神戸大学農業経済』第36号，2003年３月
金子治平・杉橋やよい・山下裕歩 [2005a]「雇用形態別に見た男女間所得格差の変化―リサンプリング・データを用いた所得関数による分解」法政大学日本統計研究所『研究所報』No. 34
同 [2005b]「正規・非正規労働者の年間所得格差の要因分解」『季刊経済研究』第28巻第１号，2005年６月
同 [2006]「正規雇用者男女間所得格差の要因分解法とその結果」『神戸大学農業経済』近刊予定
杉橋やよい [1998]「性別賃金格差・差別の数理・計量分析の検討―『労働者構成の同一化手法』とブラインダー・ワハカ分解手法―」『大学院紀要』法政大学,第41号，1998
――――[2002]「女性労働力率，男女賃金格差」井上輝子・上野千鶴子・江原由美子・大沢真理・加納実紀代編『岩波女性学辞典』岩波書店，2002
田中康秀 [2002]「わが国における男女間賃金格差の再検討」『日本経済研究』第45号，2002年６月
冨田安信 [1992]「職種を考慮した男女間賃金格差の分析」『大阪府立大学経済研究』第37巻第１・２号
中田善文 [1997]「日本における男女賃金格差の要因分析」中馬宏之・駿河輝和 編『雇用慣行の変化と女性労働』東京大学出版会,1997年６月
樋口美雄 [1991]『日本経済と就業行動』東洋経済新報社,1991年４月，第８章「女子の学歴別就業経歴と賃金構造」
堀春彦 [1991]「男女間賃金格差の経済分析：サーベイ論文」『三田商学研究』34巻２号
森ます美 [2005]『日本の性差別賃金』有斐閣,2005年３月，第２章３

（附録）ニューマークの解決―プールしたデータによる回帰

雇用主の効用最大化条件は，ベッカーに従い利潤および男女労働者数により決定される，と考える。

$$U_\pi(MP_j - w_{mj}) + U_{mj} = 0 \qquad (1)$$
$$U_\pi(MP_j - w_{fj}) + U_{fj} = 0$$

MP_j：第ｊ種の労働者（男女共通）の限界生産物
U_π ：利潤の効用
U_{mj} ：男雇用に関する効用
U_{fj} ：男雇用に関する効用
この（１）を最大化する条件を求めていく。

ここで差別係数 d_{mj} と d_{fj} は，次のように書ける。

$$d_{mj}=-\mathrm{U}_{mj}/\mathrm{U}_{\pi}$$
$$d_{fj}=-\mathrm{U}_{fj}/\mathrm{U}_{\pi}$$

したがって，実際の生産性規定要因が第ｊタイプの男女の賃金は次のように書ける。

$$w_{mj}=MP_j-d_{mj} \qquad (2)$$
$$w_{fj}=MP_j-d_{fj}$$

ここで，差別の無い賃金を，差別の存在する条件下において求めるため，オイラーの定理から，各タイプの労働の０次同次条件は各ｊについて次のように表せる。

$$\mathrm{U}_{mj}\cdot M_j+\mathrm{U}_{fj}\cdot F_j=0$$

M_j：第ｊタイプの男性労働者数

F_j：第ｊタイプの女性労働者数

これを $-\mathrm{U}_{\pi}$ で割る

$$d_{mj}\cdot M_j+d_{fj}\cdot F_j=0$$

（２）の１次条件から，次の式が求まる。

$$MP_j=(w_{mj}\cdot+w_{fj}\cdot F_j)/(M_j+F_j) \qquad (3)$$

すなわち，各タイプの労働において（１）式を最大化する賃金は，男女賃金のの加重平均である。

ここで，２種類だけの労働者を考える。

Ａ種の労働者：性質ベクトル X_A

Ｂ種の労働者：性質ベクトル X_B

$X=X_A$ で推計すると，４つの推計値 $\hat{w}_{mA}, \hat{w}_{fA}, \hat{w}_{mB}, \hat{w}_{fB}$ を得られる。差別の無い場合に雇用主の効用（１）式を最大化する賃金は，（３）式を満たすような w_A と w_B である。

Ｊ種類の労働者が存在する場合に拡張しても同様である。**J**種の性質 X_j を考えると，差別の無い状態における賃金とは，（３）式を満たす $\hat{w}_{mj}$ と $\hat{w}_{fj}$ である。合理的な方法は，各種の労働者数をウェイトとした最小二乗法である。

$$\ln(w_j)=\ln[(M_j\cdot w_{mj}+F_j\cdot w_{fj})/(M_j+F_j)]$$

これは次の式と近似的に同一である。

$$\ln(w_j)=[M_j\cdot\ln(w_{mj})+F_j\cdot\ln(w_{fj})]/(M_j+F_j)$$

ここで Λ_j, X, Ω を次のように定義する。

$$\Lambda_j=[M_j/(M_j+F_j)]\cdot\ln(\hat{w}_{mj})+[F_j/(M_j+F_j)]\cdot\ln(\hat{w}_{fj})$$

X：Ｋ×Ｊ行列

$$\Omega=\mathrm{diag}(M_1+F_1,\ \cdots,\ M_j+F_j)$$

差別の無い賃金構造は，次式を $\boldsymbol{\beta}$ について最小化したものである。

$$(\Lambda-X\boldsymbol{\beta})'\ \Omega(\Lambda-X\boldsymbol{\beta})$$

すなわち

$$\mathrm{b}=(X\Omega X')^{-1}(X\Omega X') \qquad (4)$$

最小二乗法で言うと，次の式のの最小化である。

$$\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{N}}(\ln(\hat{w}_i)-X_i\boldsymbol{\beta})^2$$

X_i：同種の全労働者で同一

$\ln(\hat{w}_i)$：同種で同性を通じて同一

したがって

$$\sum_{男\ j=1}^{J} M_j(\ln(\hat{w}_{mi})-X_j\boldsymbol{\beta})^2+\sum_{女\ j=1}^{J} F_j(\ln(\hat{w}_{fi})+X_j\boldsymbol{\beta})^2$$

の最小化である。

Λ_m, Λ_f：各種の労働に対する男女の（対数）賃金ベクトル（要素数Ｊ）

$$\Omega_m=\mathrm{diag}(M_1, \cdots, M_j)$$

$$\Omega_f=\mathrm{diag}(F_1, \cdots, F_j)$$

と表記すると，

$$(\Lambda_m-X\boldsymbol{\beta})'\,\Omega_m(\Lambda_m-X\boldsymbol{\beta})+(\Lambda_m-X\boldsymbol{\beta})'\,\Omega_m(\Lambda_m-X\boldsymbol{\beta})$$

となる。

これを β について最小化する $\mathrm{b}=\mathrm{b}_{ls}$ が，次のように求められる。

$$\mathrm{b}_{ls}=[(X'\,\Omega_m X)]+(X'\,\Omega_m X)]^{-1}[(X'\,\Omega_m\Lambda_m)]+(X'\,\Omega_f\Lambda_f)] \quad (5)$$

ところが，つぎのようにして $\mathrm{b}=\mathrm{b}_{ls}$ が判明する。

（４）と（５）の最初の行列は同一。

（５）の２番目の行列の k 番目の要素は，

$$\sum_{j=1}^{J}[X_{jk}\cdot M_j\cdot\ln(\hat{w}_{mi})+X_{jk}\cdot F_j\cdot\ln(\hat{w}_{fi})] \quad (6)$$

（４）の２番目の行列の k 番目の要素は，

$$\sum_{j=1}^{J}X_{jk}(M_j+F_j)[(M_j\cdot\ln(\hat{w}_{mi}))/(M_j+F_j)+(F_j\cdot\ln(\hat{w}_{mi}))/(M_j+F_j)]$$

$$=\sum_{j=1}^{J}[X_{jk}\cdot M_j\cdot\ln(\hat{w}_{mj})+X_{jk}\cdot F_j\cdot\ln(\hat{w}_{fi})]$$

これは（６）に等しい。

以上のように，差別の無い賃金，すなわち雇用主の効用を最大化する賃金は，各タイプの労働者における男女の賃金の加重平均であり，男女のプールされた（男女合わせた）データによる回帰で求められるものに等しい。